

# Mercados y Negocios

1665-7039 impreso  
2594-0163 electrónico  
Año 21, Núm. 42, julio-diciembre (2020)

## **Beneficios de un portafolio sobreponderado en países emergentes *versus* globalmente diversificado** *Benefits of an Emerging markets overweighted portfolio versus a globally diversified*

Óscar Valdemar de la Torre-Torres  
Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (México)  
<http://orcid.org/0000-0001-9281-974X>  
[oscar.delatorre.torres@gmail.com](mailto:oscar.delatorre.torres@gmail.com)

Dora Aguilasoch-Montoya  
Universidad Michoacana de San Nicolás de (México)  
[amontoya@umich.mx](mailto:amontoya@umich.mx)

Evaristo Galeana-Figueroa  
Universidad Michoacana de San Nicolás de (México)  
[e\\_galeana@hotmail.com](mailto:e_galeana@hotmail.com)

Recibido: Enero 19, 2020  
Aceptado: Mayo 6, 2020

### RESUMEN

En el presente trabajo se prueba el beneficio de sobreinvertir un portafolio global de acciones en países emergentes. Esto en comparación a un portafolio globalmente diversificado. Al emplear un modelo markoviano con cambios de régimen, en un contexto de dos regímenes y una función de verosimilitud gaussiana, se encontró que es preferible tener un portafolio sobreinvertido en acciones de países emergentes y de Estados Unidos. Lo anterior en comparación a un portafolio globalmente diversificado. El resultado sugiere que los postulados de la teoría clásica de portafolios no siempre se sostienen en materia de diversificación global.

**Palabras clave:** Selección de portafolios; Mercados emergentes; Diversificación; Modelos markovianos de cambio de régimen

Código Jel: G11; G15; C24.



**ABSTRACT**

In the present paper, we test the benefit of overweighting a Global stock portfolio in Emerging markets. This, against a globally full diversified one. By using a Gaussian two-regime Markov-Switching model, we found that it is preferable to overweight in U.S. and Emerging markets stocks against a Globally diversified one. Our results suggest that the assumptions of the classical portfolio theory do not always hold.

**Keywords:** portfolio selection; Emerging markets; Diversification; Markov-Switching models.

Jel Code: C24; G11; G15

## INTRODUCCIÓN

Los modelos markovianos de cambio de régimen<sup>1</sup> son modelos de análisis en los que se permite caracterizar una serie de tiempo  $\mathbf{x} = [x_t]$  en dos o más *regímenes* de comportamiento o *estados de la naturaleza*. Esto supone que la serie de tiempo no está modelada por medio de un único proceso estocástico  $x_t \sim P(x_t, \theta)$ , que genera las realizaciones o valores de la misma, sino en  $s = 1, 2, \dots, S$  procesos estocásticos diferentes. Procesos estocásticos que se combinan para formar uno solo por medio de una función de verosimilitud combinada y multimodal, dado un vector de parámetros  $\theta$ :

$$P(x_t, \theta) = \sum_{s=1}^S \omega_{s=i} \cdot P(x_t, \theta_{s=i}) \quad (1)$$

En la expresión anterior,  $\omega_{s=i}$  es la ley de combinación que determina la proporción de datos que pertenecen al régimen  $s = i$  y  $P(x_t, \theta)$  su correspondiente sub-función de probabilidad. Para el caso específico que interesa en el presente trabajo, no se supone que el proceso estocástico que genera las realizaciones de una serie de tiempo corresponde a una función de probabilidad gaussiana unimodal con un solo parámetro de localización ( $\mu$ ) y uno de escala ( $\sigma$ ), sino a  $s$  parámetros, correspondientes a cada régimen o estado de la naturaleza ( $\mu_{s=i}, \sigma_{s=i}$ ).

Partiendo de la forma general de función de probabilidad multimodal dada en (1), conduce a que las realizaciones u observaciones de una serie de tiempo sean catalogadas o caracterizadas en sub-conjuntos o sub-muestras con sus propias sub-funciones de probabilidad y parámetros. Estas mismas llevan a la función general de probabilidad, inherente al proceso estocástico de la serie de tiempo  $\mathbf{x}$ :

$$P(x_t, \theta) = \sum_{s=1}^S \omega_{s=i} \cdot P(x_t, \theta_{s=i}) = \sum_{s=1}^S \omega_{s=i} \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_t - \mu_{s=i}}{\sigma_{s=i}}\right)^2} \right] \quad (2)$$

La función dada en (2) corresponde a la de una “*mixtura gaussiana*” porque  $\omega_{s=i}$  representa la proporción o peso que los datos del régimen tienen en la muestra y en la función general de probabilidad (2). Sin embargo, el modelo de mixtura gaussiana presupone que la pertenencia a una de las subfunciones  $P(x_t, \theta_{s=i})$  es fija a lo largo de  $t$  y, de esta forma, “estática” para todos los datos de la serie de tiempo. Por esta razón, no se pueden hacer

<sup>1</sup> Mejor conocido en la literatura especializada en análisis de series de tiempo como filtro de Hamilton (1989, 1990).

## Beneficios de un portafolio sobreponderado en países emergentes *versus* globalmente diversificado

inferencias, tales como: la probabilidad de que la o el observador en  $t$  se encuentre en un periodo caracterizado por el régimen  $s = i$  y su correspondiente sub-función de probabilidad  $P(x_t, \theta)$ , así como la probabilidad  $\pi_{s=j, s=i} = P(s = i | s = j, \mathbf{x}, \theta)$  de transitar de ese  $i$ -ésimo estado a otro. En relación con esto, la propuesta de Hamilton (1989, 1990, 1994) sugiere que el cambio de un régimen a otro se modele por medio de una cadena markoviana oculta de  $S$  estados. Cadena que no es observable en el análisis, pero se puede inferir de los datos.

Con esto, (2) puede ser reexpresado, no como fijo a lo largo del tiempo, sino como una función de probabilidad cambiante para cada estado  $P(x_t, \theta)$  a lo largo del tiempo. Dado esto, se generan, como parámetros de salida adicionales, las citadas probabilidades “suavizadas”  $P(x_t, \theta) = \xi_{s=i, t}$ , mismas que indican la probabilidad de que cada observación venga de alguno de los regímenes estudiados, así como los parámetros de localización y escala (correspondientes a cada régimen) y una matriz de probabilidades de transición de un régimen a otro, dada la naturaleza de cadena markoviana del proceso estocástico que modela los cambios de régimen:

$$\mathbf{P} = \begin{matrix} & \pi_{s=1, s=1} & \pi_{s=2, s=1} & \cdots & \pi_{s=S, s=1} \\ \pi_{s=1, s=2} & \pi_{s=2, s=2} & \cdots & \pi_{s=S, s=2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \pi_{s=1, s=S} & \pi_{s=2, s=S} & \cdots & \pi_{s=S, s=S} \end{matrix} \quad (3)$$

A partir de ello, (2) se puede filtrar y suavizar a lo largo del tiempo, generando un vector de parámetros de salida más amplio con las probabilidades suavizadas  $\xi_{s=i, t}$  de que cada dato pertenezca a determinado régimen en  $t$  y la correspondiente matriz de probabilidades de transición  $\mathbf{P}$ :

$$\theta = [\mu_{s=i}, \sigma_{s=i}, \xi_{s=i, t}, \mathbf{P}] \quad (4)$$

Con el citado vector de parámetros, la función de verosimilitud del filtro de Hamilton puede expresarse, dado (2), como sigue:

$$P(x_t, \theta) = \sum_{s=1}^S \omega_{s=i} \cdot P(x_t, \theta_{s=i}) = \sum_{s=1}^S \omega_{s=i} \cdot \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x_t - \mu_{s=i}}{\sigma_{s=i}} \right)^2} \right] = \sum_{s=1}^S \omega_{s=i} \cdot \xi_{s=i, t} \quad (5)$$

Dado esto, son de interés en materia financiera los parámetros  $\mu_{s=i}$  y  $\sigma_{s=i}$  en (4) y (5). En específico en materia de valuación de activos financieros, operación en mercados o cuantificación de riesgos, por citar algunas de las aplicaciones más comunes.

---

Con base en esta breve introducción a la lógica de los modelos markovianos de cambio de régimen, así como su aplicación práctica en materia financiera, se plantea el objetivo del presente trabajo: utilizar el filtro de Hamilton dado en (5) para determinar, en primera instancia, si el mismo es adecuado para modelar la serie de tiempo de los índices accionarios de mercados financieros pertenecientes a países considerados economías emergentes por la compañía *Standard & Poors Indexes*. Después del citado objetivo, se establece caracterizar el comportamiento estadístico y la eficiencia media-varianza<sup>2</sup> de cada caso para llegar a las correspondientes conclusiones y beneficio del empleo del citado filtro en la práctica profesional financiera.

En el siguiente apartado se hace una breve revisión de los trabajos que, en materia financiera, aplican (5), para seguir con el correspondiente análisis de datos y resultados, así como las conclusiones y guías para futuros trabajos de investigación.

## REVISIÓN DE TRABAJOS DE REFERENCIA

Dentro de los trabajos que emplean el filtro de Hamilton (1989, 1990) para caracterizar el comportamiento de series de tiempo económicas y financieras se cita el caso del propio Hamilton (1989, 1990, 1994), quien emplea su propuesta para modelar la probabilidad de que la economía de los Estados Unidos se encuentre en un periodo de recesión ( $\xi_{s=i,t} > 0.5$ )<sup>3</sup>. Hamilton (1989,1990, 1994) caracteriza con su modelo, el comportamiento del producto nacional bruto. Sus resultados arrojan que la identificación de  $\xi_{s=i,t} > 0.5$  es consistente en un alto nivel de significancia estadística con los periodos marcados como de recesión por parte del *National Bureau of Economic Research* (NBER).

En un estudio análogo para el caso latinoamericano, Mejía (2000) estudia el PIB *per cápita* de economías de países latinoamericanos como Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, México, Perú y Venezuela. En los resultados se encuentra evidencia a favor del empleo de modelos de dos regímenes, así como elementos para corroborar lo establecido en trabajos previos (Bollerslev *et al.*, 1988; Engle, Ng & Rotschild, 1990; Ang & Chen, 2002; Hass, Mitnik & Paoletta, 2009; Engle, Ghysels & Sohn, 2013). Trabajos que demostraron que el comportamiento de los rendimientos en periodos o regímenes de alta volatilidad son

---

<sup>2</sup>Eficiencia en la relación riesgo y rendimiento según se establece en la teoría financiera y la teoría clásica de portafolios.

<sup>3</sup>Para fines de exposición en el presente trabajo y en línea con muchos de los trabajos citados, se entenderá al régimen I como el periodo de expansión o comportamiento “normal” en la economía y mercados financieros y el segundo régimen como el estado de “recesión” o “crisis” en los mercados financieros.

## Beneficios de un portafolio sobreponderado en países emergentes *versus* globalmente diversificado

asimétricos. Es decir, en un periodo de recesión o “crisis”<sup>4</sup> los rendimientos<sup>5</sup> negativos tienden a ser proporcionalmente mayores que los rendimientos positivos en el citado periodo de crisis, así como mayores en magnitud que los rendimientos negativos de periodos considerados “normales”. De manera complementaria, Mejía (2000) encuentra evidencia en contra de la existencia de un ciclo macroeconómico latinoamericano y encuentra cierta concordancia en el comportamiento de los periodos de crisis para las duplas Estados Unidos-Chile, Brasil-Perú.

Canarella y Pollard (2007), estudiaron el desempeño de los índices bursátiles latinoamericanos correspondientes a Argentina, Chile, México Perú y Venezuela con modelos de interés similar al presente trabajo. Sus resultados observan que el filtro de Hamilton (1989), aplicado en periodicidades mensuales, es adecuado para determinar los periodos de crisis financiera, siendo estos coincidentes con crisis de tipo financiero o político en los países estudiados.

Adicionalmente, observan que los periodos de alta volatilidad o  $s = 2$  son relativamente breves en duración (de 2 a 4 meses). Además, Mejía (2000) realiza un estudio similar al de Hamilton (1994), modelando el PIB per-cápita de Argentina, Bolivia, Brasil, Chile, Colombia, México, Perú, Estados Unidos y Venezuela con un filtro de Hamilton de dos regímenes. Sus pruebas llevan a observar que no existe un ciclo de expansión y contracción latinoamericano y que solo algunas duplas de países son las que tienen un nivel de concordancia: Brasil-Perú y Estados Unidos-Chile (Mejía (2000)).

Cabrera y otros (2017), en línea a la perspectiva de análisis de Mejía (2000) emplean el filtro de Hamilton (1989) en los índices bursátiles de países latinoamericanos como Argentina, Bolivia, Brasil, Colombia, México, Estados Unidos y Perú. Sus conclusiones llevan a observar que un modelo de 3 regímenes es adecuado para modelar estos mercados y que tampoco existe un ciclo latinoamericano de expansión y contracción en estos mercados que sea marcadamente claro. Solo resaltan un nivel de concordancia entre Estados Unidos, México y Chile.

Valera y Lee (2016) realizan pruebas de raíz unitaria a los índices de los países asiáticos, tales como: China, Filipinas, Hong Kong, Indonesia, Malasia y Singapur. Sus conclusiones llevan a observar que la hipótesis nula de cointegración, empleando la prueba Dickey-Fuller (1979), se sostiene para series de tiempo mensuales de enero de 1995 a junio de 2015.

---

<sup>4</sup>Una nota metodológica de importancia para este trabajo y afines es la relativa al término “crisis”. En términos de teoría económica el concepto es muy amplio. Esto abarca desde la Teoría de crisis de Karl Marx, hasta la de John S. Mill o la definición de crisis en términos financieros. Sin embargo, para generar un nivel aceptable de consistencia en el término y sin discurrir en la definición del mismo, aquí se entenderá a la “crisis” como periodos de alta volatilidad (desviación estándar) en la variación de precios y baja generalizada de los mismos.

<sup>5</sup>O variaciones porcentuales  $\Delta\%P_t$ .

Anterior a este trabajo y de forma análoga para modelar el comportamiento del tipo de cambio contra el dólar de las monedas de China, Corea del Sur, Hong Kong, Japón, Singapur y Taiwán, se tiene el trabajo de Wu (2015).

Wu (2015) emplea el filtro de Hamilton y su versión con matrices de probabilidades de transición cambiantes a lo largo del tiempo en las citadas divisas. El modelo empleado tiene, como regresoras el nivel de masa monetaria, la producción industrial, la tasa de interés de corto plazo y la de largo plazo. Los resultados que arroja sugieren que existen dos regímenes de volatilidad en las paridades estudiadas y que existe una fuerte relación entre los niveles de volatilidad de las paridades y los valores de variables como la producción industrial.

Para el caso de países emergentes africanos, se cita el trabajo de Balcilar y otros (2017), quienes estudian la influencia del precio del petróleo en el nivel de crecimiento real de la economía de Sudáfrica. Al emplear el filtro de Hamilton en un Vector Autorregresivo (VAR) con dos regímenes, encuentran que el precio de dicha mercancía es altamente influyente en el nivel de crecimiento económico sudafricano en la fase o régimen expansivo. Para el caso de medio oriente, se encuentra el trabajo de Balcilar, Demirer y Hammoudeh (2013), quienes analizan el caso de los mercados financieros del Golfo Árabe: Arabia Saudita, Qatar, Dubai y Kuwait para el intervalo de tiempo de periodicidad diaria del 7 de septiembre de 2006 al 28 de septiembre de 2011.

Con sus pruebas encontraron que estos mercados se caracterizan por tres regímenes de volatilidad (baja, alta y extrema –o quiebra-) y resaltaron que existe un comportamiento de rebaño o nerviosismo colectivo entre Arabia Saudita, Dubai y Kuwait en el periodo de quiebra o extrema volatilidad y en el de alta volatilidad para el caso qatari. También resaltan que, contrario a los mercados de países desarrollados, estos cuatro casos tienen transiciones que inician en el periodo de baja volatilidad para pasar al de extrema o quiebra, terminando con muy alta volatilidad (Balcilar, Demirer & Hammoudeh, 2013).

Como se aprecia, utilizar el filtro de Hamilton (1989) para modelar el comportamiento de series de tiempo propias de índices bursátiles no es una asignatura nueva; pero sí es de interés para fines de inversión. A pesar de este interés, no se tienen referencias o antecedentes de trabajos en donde se caracterice el comportamiento de los mercados de economías emergentes en su conjunto y por bloques, Latinoamérica, Asia, Europa del Este, Medio Oriente, Africa y los BRIC (Brasil, Rusia, India y China). Esto para comparar su caracterización de cada caso en lo particular contra el bloque de economías emergentes en su conjunto y contra el comportamiento del bloque norteamericano (Estados Unidos y Canadá); así como contra la caracterización del desempeño de un índice accionario mundial que incluye el desempeño de economías desarrolladas y emergentes.

## Beneficios de un portafolio sobreponderado en países emergentes *versus* globalmente diversificado

Ante esta necesidad surge el objetivo del presente trabajo: caracterizar en un modelo de dos regímenes de volatilidad, el desempeño de los índices expuestos en la tabla 1. Como se aprecia en dicha tabla, se modela el desempeño de los mercados propios de economías (países) considerados desarrollados y emergentes por medio de los índices de capitalización bursátiles BMI calculados por la compañía *Standard & Poors – Dow Jones Indices LLC*. Esta última es una de las compañías calificadoras y de análisis financiero más reconocidas en el mundo. A su vez, es de las más aceptadas para fines de cálculo de índices de desempeño en la industria de administración de inversiones (portafolios), para calcular y publicar índices de desempeño de diferentes tipos de activos financieros, mercados, estilos de inversión y estrategias de portafolios institucionales. Por citar algunos ejemplos, el reconocido índice *S&P500* de Estados Unidos, el IPC de la Bolsa Mexicana de Valores, el *S&P BMI Global Equity Index* y otros son de los índices más empleados para medir el desempeño de los respectivos mercados que se estudian.

**Tabla 1**  
**Relación de índices, suticker (código de identificación)**

<i>NOMBRE DE ÍNDICE</i>	<i>PAÍS ESTUDIADO</i>	<i>TICKER</i>	<i>FECHA INICIAL</i>	<i>FECHA FINAL</i>
<i>S&amp;P GLOBAL 100</i>	Global	GLOBAL	26/12/2000	30/03/2018
<i>S&amp;P 500</i>	EEUU	SP500	30/12/1994	30/03/2018
<i>S&amp;P BMI EMERGING MARKETS INDEX</i>	Países emergentes alrededor del mundo	EMERGING	30/12/1994	30/03/2018
<i>S&amp;P BMI LATIN AMERICA EMERGING MARKETS INDEX</i>	Países de Latinoamérica	LATAM	30/12/1994	30/03/2018
<i>S&amp;P BMI ASIA/PACIFIC EMERGING MARKETS INDEX</i>	Asia	ASIAPAC	30/12/1994	30/03/2018
<i>S&amp;P BMI EUROPEAN EMERGING MARKETS INDEX</i>	Europa del Este: Rusia, región balcánica y del Bósforo	EMEURO	30/12/1994	30/03/2018
<i>S&amp;P BMI MIDDLE EAST &amp; AFRICA</i>	Medio oriente y África	MOAFRICA	30/12/1994	30/03/2018
<i>S&amp;P BMI BRIC INDEX</i>	Brasil, Rusia, India y China	BRIC	15/08/2006	30/03/2018

Fuente: S&P Dow Jones indices LLC (2018).

Para fines más específicos, se utilizan los índices de capitalización globales y regionales *S&P Broad Market Index* (BMI), cuya metodología de cálculo se describe en *S&P Dow Jones índices LLC* (2018).

**Tabla 2**  
**Los criterios para clasificar a un mercado financiero como desarrollado, emergente o de frontera**

<i>Tipo de mercado</i>	<i>Requisitos para la clasificación</i>
<i>Mercado de economía desarrollada</i>	Los necesarios de cubrir por parte de un mercado emergente más un PIB per cápita mayor o igual a USD\$15,000.00 en su país sede.
<i>Mercado de Economía emergente</i>	Los necesarios de cubrir para un mercado de frontera más los siguientes: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Una capitalización bursátil mayor a USD 15,000 millones.</li> <li>• Un periodo de liquidación de operaciones de máximo 3 días laborales.</li> <li>• Una calificación crediticia de la deuda soberana de su país mayor o igual a BB+ (S&amp;P y Fitch) o de Baa (Moody's).</li> <li>• Sin restricciones para permitir control o propiedad mayoritaria de inversionistas extranjeros en las empresas que cotizan en dicho país.</li> <li>• No debe existir restricción alguna a los flujos de capital extranjero tanto de entrada como de salida.</li> </ul>
<i>Mercado frontera</i>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Una capitalización bursátil mayor a USD 2,500 millones.</li> <li>• Un nivel de negociación promedio (monto total del valor de todas las operaciones) de mínimo USD 1,000 millones.</li> <li>• La división del valor de capitalización del mercado bursátil entre el valor de su PIB nominal debe dar un valor mayor o igual a 5%</li> </ul>

Fuente: S&P Dow Jones Indices (2016).

Dicho esto, y antes de proceder, queda una cuestión por resolver ¿Qué se entiende por país emergente? En estricto sentido, es un término que se ha ido desarrollando a lo largo del tiempo. El Banco Mundial y el Fondo Monetario Internacional han buscado categorizar los países en términos de su crecimiento económico, estabilidad y desarrollo social, así como un término político y financiero. Incluso el término de “economía emergente” o “país emergente” es resultado de un proceso evolutivo sobre la clasificación de países de tercer, segundo y primer mundo que se utilizó en los periodos de la guerra fría.

Para fines de acotación y fines prácticos en la exposición, en la práctica profesional de las inversiones se emplea un criterio de clasificación de mercados financieros, partiendo de la liquidez, accesibilidad, flexibilidad y tamaño de los mercados financieros de un determinado país, así como de su estabilidad en el crecimiento y desarrollo social.

Este mismo, diferencia a los mercados con grado de inversión (conjunto de interés en el presente trabajo) de aquellos que no son aptos para dicha actividad por parte de inversionistas ajenos a la nación de estudio. Dentro de los países con grado de inversión se encuentran, según se establece en la metodología de clasificación de países de *Standard & Poors* (S&P Dow Jones Indices LLC, 2016), los niveles y criterios de clasificación expuestos en la Tabla 2. Con esta clasificación en mente, que permite definir “mercado de una economía emergente” o simplemente “mercado emergente” y para fines exclusivamente del presente

## Beneficios de un portafolio sobreponderado en países emergentes *versus* globalmente diversificado

trabajo, se procede a la descripción de los datos y su método de procesamiento para pasar a la revisión de resultados observados.

### ANÁLISIS DE SERIES DE TIEMPO CON EL FILTRO DE HAMILTON EN LOS ÍNDICES DE INTERÉS

#### Procesamiento de datos

El análisis o caracterización en dos regímenes o estados de la naturaleza se realiza para los índices descritos en la tabla 1, en los periodos de inicio y fin también mencionados en dicho cuadro con datos de periodicidad semanal extraídos de las bases de datos de *Reuters*.

A los niveles de índice  $P_t$  observados se les calculó el rendimiento pagado o logrado por el índice en cada semana con el método de la variación porcentual en tiempo continuo:

$$\Delta\%P_t = \ln(P_t) - \ln(P_{t-1}) \quad (6)$$

A los valores de  $\Delta\%P_t$  se les aplicó el filtro de Hamilton (1989), utilizando la función de verosimilitud dada en (5), a fin de lograr los parámetros de media de cada régimen  $\mu_{s=i}$ , desviación estándar  $\sigma_{s=i}$ , probabilidades suavizadas de estar en determinado régimen  $\xi_{s=i,t}$  y la matriz  $\mathbf{P}$  de probabilidades de transición especificados en (3) y (4).

Dentro de los parámetros de salida que se lograron, se utilizaron los vectores de probabilidades de transición y se caracterizó a cada uno como propio del régimen de crisis o alta volatilidad ( $s = 2$ ) al vector de probabilidades de transición que cumple con la siguiente:

$$\xi_{s=i,t}, \mu_{s=i} \in s = 2 \Leftrightarrow \sigma_{s=i} = \max(\sigma_{s=i}, \sigma_{s=j}) \quad (7)$$

De los dos vectores de probabilidades suavizadas, logrados con el filtro de Hamilton, uno de ellos pertenece al régimen 2 si su correspondiente desviación estándar es la más alta en el vector de desviaciones estándar que entrega la aplicación de dicho filtro. Ejemplo, el filtro de Hamilton, al emplear (5) aplica a cada realización de la serie de tiempo cada una de las funciones de probabilidad gaussiana de cada régimen que genera un vector de  $T \times S$ , según se sugiere en Hamilton (1989, 1994):

$$\left[ \begin{array}{c} \xi_{s=1,t} \\ \xi_{s=2,t} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c} \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_t - \mu_{s=1}}{\sigma_{s=1}}\right)^2} \right] \\ \left[ \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x_t - \mu_{s=2}}{\sigma_{s=2}}\right)^2} \right] \end{array} \right] \quad (8)$$

Cada columna en la tabla 1 tiene su correspondiente media y desviación estándar. Por lo general, si los datos no presentan irregularidades en su medición, o si la serie de tiempo que se estudia es de un fenómeno o variable que no es afectada por alguna distorsión (social, política o tecnológica) entonces el régimen que tiene la desviación estándar más pequeña (es decir, de un periodo “normal” o de baja volatilidad) corresponde a la columna de la izquierda. Sin embargo, como sucedió en el trabajo de Balcilar, Demirer y Hammoudeh (2013), esto puede cambiar dada la naturaleza de los mercados árabes de ser mercados de frontera, según los criterios establecidos en la tabla 1.

Esto los lleva, dada su baja liquidez de mercado y operatividad, a tener comportamientos más atípicos que los propios de una economía emergente o desarrollada. Debido a esto último, y a la aplicación del método de Quasi-máxima verosimilitud sugerido por Hamilton (1994), se puede tener el resultado de que en realidad el régimen sea el correspondiente al vector de probabilidades suavizadas de la derecha en (8), y no el de la izquierda como habitualmente se espera. Dado esto es que se aplica la regla dada en (7) para discernir qué vector de probabilidades corresponde a cada uno de los regímenes.

Cabe resaltar que lo propio se hace para determinar la media y la columna en la matriz de probabilidades de transición. Por ejemplo, si la columna izquierda en (8) corresponde al régimen  $s = 1$ , se entiende que la media, desviación estándar y primera columna de la matriz  $\mathbf{P}$  de probabilidades de transición corresponden también a dicho régimen.

Una vez que se caracterizan los parámetros de salida en cada régimen, se utilizan los mismos (en especial las probabilidades suavizadas de cada régimen  $\xi_{s=1,t}$ ) para determinar qué realizaciones de la serie de tiempo corresponden al régimen normal  $s = 1$  y cuáles al régimen de crisis o alta volatilidad ( $s = 2$ ). Esto se logra aplicando la siguiente regla de selección:

$$x_t \in s = 2 \Leftrightarrow \xi_{s=2,t} > 0.5 \quad (9)$$

Las realizaciones que no cumplan con dicho criterio se consideran propias del régimen “normal” o de baja volatilidad.

Una vez que se hizo esta selección de datos y que se tienen los parámetros de interés, se utilizan primero las medias y desviaciones para calcular una aproximación del índice de Sharpe (1963). Este índice mide el nivel de rendimiento nominal promedio logrado, dado el nivel de exposición al riesgo. Esto en cada régimen o estado de la naturaleza. El mismo se da por la siguiente expresión, siendo  $\overline{rf}$  el rendimiento semanal promedio de la tasa de las notas

## Beneficios de un portafolio sobreponderado en países emergentes *versus* globalmente diversificado

del tesoro (*treasurybills*) de los Estados Unidos con 3 meses de plazo y a una semana de vencimiento<sup>6</sup>:

$$Sharpe_{s=i} = \frac{\mu_{s=i} - \bar{r}_f}{\sigma_{s=i}} \quad (10)$$

El objetivo de este análisis es caracterizar y contrastar el desempeño financiero que se tendría en los mercados emergentes, ya sea en su totalidad y diversificación geográfica o ya sea segmentados regionalmente o por bloque (BRIC, por ejemplo).

Estos resultados observados, se contrastan contra el desempeño conjunto de todas las bolsas de valores miembro del S&P global 100 index (países emergentes y desarrollados) y el desempeño de los mercados accionarios estadounidenses al ser este país la principal plaza bursátil en el mundo y al tener la moneda base con la que los índices estudiados son calculados.

Una pregunta natural que surge del procesamiento de datos previamente descrito es la relativa a definir si la serie de tiempo debe ser caracterizada con un modelo markoviano de cambio de régimen como el filtro de Hamilton (1989) o simplemente deben emplearse la media y desviación estándar en un contexto de una función de probabilidad unimodal. Para esto se utilizan los criterios de información de Akaike (1974), Schwarz (1978), Hannan y Quinn (1979), quienes parten del logaritmo de la función (*LLF*) de verosimilitud planteada en (5):

$$LLF = \sum_{t=0}^T \ln(P(x_t, \theta)) \quad (11)$$

De manera complementaria al análisis anterior, se generan gráficas de violín para comparar y contrastar el desempeño observado en los rendimientos  $\Delta\%P_t$  de cada índice. Este tipo de análisis es una extensión de las gráficas de caja convencionales en donde se grafican en un cuadro o caja vertical la media, mediana, cuantiles de 5% y 95%, así como los valores máximo y mínimo en una línea.

A diferencia del diagrama de caja convencional, la gráfica de violín divide verticalmente una caja en dos. A la izquierda presenta la caja del régimen  $s = 2$  y a la derecha la del otro régimen. De manera complementaria, presenta los puntos con la observación de todos los rendimientos observados y grafica un kernel gaussiano de cada lado. El kernel de la izquierda es la función empírica de probabilidad de los datos del régimen  $s = 2$  en donde la regla de selección dada en (9) se cumple. El de la derecha corresponde a los datos restantes. Dado que

---

<sup>6</sup>Dado que las citadas notas del tesoro de los Estados Unidos son consideradas el “activo libre de riesgo” en la práctica de administración de portafolios a nivel internacional, no se discernirá entre el promedio que corresponde a los periodos normales y a los de crisis dado que es un activo considerado “libre de riesgo”.

---

los dos kernel graficados se sobreponen de cada lado, la representación gráfica toma una forma similar a la de un violín. De ahí el nombre coloquial de la misma. Una vez que se describió cómo es que se han procesado y analizado los datos, se procede a la revisión de los resultados logrados.

## ANÁLISIS DE RESULTADOS

En la tabla 3 se presenta un resumen de los parámetros de media y desviación estándar calculados para toda la serie de tiempo y para cada uno de los dos regímenes de interés. De manera complementaria, se presenta el índice de Sharpe observado. Como puede apreciarse con resaltado en gris en dicha tabla, las bolsas de Estados Unidos (SP500) se sugieren como las más rentables durante todo su periodo de estudio, seguidas de las bolsas de Latinoamérica (LATAM) y los países de Europa del Este (EMEURO).

De manera análoga se aprecian los resultados observados en los dos regímenes. Al aplicar el filtro de Hamilton los resultados cambian, los índices más rentables son los de la zona de Europa del este y Latinoamérica en periodos normales o de volatilidad baja y los Estados Unidos y el bloque de países conocido como BRIC en el periodo de alta volatilidad o crisis.

En línea a lo esperado por los postulados de la Teoría clásica de portafolios, se aprecia, gracias a los efectos de la diversificación, que el índice con menor nivel de riesgo (desviación estándar) corresponde a los Estados Unidos, seguido del índice global. Situación que es de antemano esperada gracias a la amplia diversificación que ambos índices tienen, así como por el hecho de que la mayoría de los inversionistas tienen posiciones en acciones de dicho país, al ser considerado el más seguro y al ser la moneda de Estados Unidos una de reserva.

Una causa que podría dar un sesgo a favor de los Estados Unidos, en términos de rentabilidad y riesgo en el presente trabajo, es el hecho de que todos los índices estudiados están valuados en dólares de dicho país. Dado esto, no se está incorporando el efecto que el riesgo cambiario y la depreciación que algunas monedas emergentes pudieron tener frente al dólar; siendo esta última una moneda de refugio en tiempos de crisis. Con esto en mente, se deja como una sugerencia de futuros trabajos revisar de nuevo los índices estudiados, valuados en otras monedas, para determinar si el efecto cambiario genera los resultados que se aprecian.

A pesar de este resultado, se aprecia que al medir el rendimiento esperado deflactado con el nivel de riesgo por medio del índice de Sharpe, la perspectiva cambia al aplicar el filtro de Hamilton. En específico el índice de los Estados Unidos ya no es el más eficiente en su relación riesgo-rendimiento, sino el índice de países emergentes y el del bloque BRIC en periodos normales y de crisis, respectivamente.

## Beneficios de un portafolio sobreponderado en países emergentes *versus* globalmente diversificado

**Tabla 3**  
Resumen de rendimiento medio esperado, desviación estándar e índice de Sharpe de los índices estudiados

<i>Ticker</i>	<i>Media</i> <i>(serie de tiempo completa)</i>	<i>Media</i> <i>(periodos "normales" S=1)</i>	<i>Media</i> <i>(periodos de "crisis" S=2)</i>
GLOBAL	0.0306	0.2122	-0.6272
SP500	0.1416	0.3327	<b>-0.1970</b>
EMERGING	0.0858	0.4584	-0.7453
LATAM	0.1105	0.4796	-1.9198
ASIAPAC	0.0027	0.1732	-1.2806
EMEURO	<b>0.1910</b>	<b>0.4864</b>	-0.7278
MOAFRICA	0.0780	0.3602	-0.9734
BRIC	0.0935	0.2133	-0.3250
<i>Ticker</i>	<i>Desviación estándar</i> <i>(serie de tiempo completa)</i>	<i>Desviación estándar</i> <i>(periodos "normales" S=1)</i>	<i>Desviación estándar</i> <i>(periodos de "crisis" S=2)</i>
GLOBAL	2.4307	1.6237	4.1481
SP500	<b>2.3538</b>	<b>1.4485</b>	<b>3.3911</b>
EMERGING	2.9269	1.8550	4.3709
LATAM	3.9892	2.8550	7.3685
ASIAPAC	2.7817	1.9742	6.0024
EMEURO	4.2550	2.7460	7.0546
MOAFRICA	3.1088	2.2831	4.9986
BRIC	3.8470	2.5778	6.6312
<i>Ticker</i>	<i>Índice de Sharpe</i> <i>(serie de tiempo completa)</i>	<i>Índice de Sharpe</i> <i>(periodos "normales" S=1)</i>	<i>Índice de Sharpe estándar</i> <i>(periodos de "crisis" S=2)</i>
GLOBAL	-0.0094	0.0977	-0.1641
SP500	<b>0.0374</b>	0.1927	-0.0739
EMERGING	0.0110	<b>0.2183</b>	-0.1828
LATAM	0.0143	0.1492	-0.2678
ASIAPAC	-0.0183	0.0606	-0.2223
EMEURO	0.0323	0.1576	-0.1108
MOAFRICA	0.0079	0.1343	-0.2054
BRIC	0.0104	0.0620	<b>-0.0571</b>

Tasa promedio semanal del T-bill de 3 meses con 5 días de vencimiento  
0.0535

Fuente: Elaboración propia con datos de Reuters.

**Tabla 4**  
**Criterios de información para determinar la bondad de ajuste del filtro de Hamilton en los índices estudiados**

<i>Ticker</i>	<i>Akaike</i> <i>(Toda la serie de tiempo)</i>	<i>Akaike</i> <i>(Filtro de Hamilton)</i>	<i>Schwarz</i> <i>(Toda la serie de tiempo)</i>	<i>Schwarz</i> <i>(Filtro de Hamilton)</i>	<i>H-Q</i> <i>(Toda la serie de tiempo)</i>	<i>H-Q</i> <i>(Filtro de Hamilton)</i>
<i>GLOBAL</i>	-4135.5009	-4387.3414	-4130.6985	-4377.7366	-4133.6663	-4383.6723
<i>SP500</i>	-5815.1660	-6137.4079	-5810.0367	-6127.1493	-5813.2376	-6133.5511
<i>EMERGING</i>	-5123.4067	-5412.6235	-5118.3058	-5402.4218	-5121.4862	-5408.7826
<i>LATAM</i>	-4372.2094	-4629.5388	-4367.1085	-4619.3371	-4370.2889	-4625.6980
<i>ASIAPAC</i>	-2503.9400	-2704.8361	-2499.5787	-2696.1135	-2502.2396	-2701.4351
<i>EMEURO</i>	-4215.7163	-4541.8048	-4210.6154	-4531.6031	-4213.7959	-4537.9639
<i>MOAFRICA</i>	-4977.1470	-5180.8463	-4972.0461	-5170.6446	-4975.2265	-5177.0055
<i>BRIC</i>	-2227.7917	-2400.5585	-2223.3849	-2391.7448	-2226.0770	-2397.1290

Fuente: Elaboración propia con datos de Reuters.

**Tabla 5**  
**Probabilidades de transición y duración promedio de cada régimen en los índices estudiados**

<i>Ticker</i>	$\pi_{S=1,S=1}$	$\pi_{S=1,S=2}$	$\pi_{S=2,S=1}$	$\pi_{S=2,S=2}$	<i>Periodos en S=1</i>	<i>Periodos en S=2</i>
<i>GLOBAL</i>	98.0452	1.9548	7.4974	92.5026	51.1557	13.3379
<i>SP500</i>	98.1863	1.8137	3.4441	96.5559	55.1354	29.0351
<i>EMERGING</i>	96.5974	3.4026	7.6348	92.3652	29.3892	13.0979
<i>LATAM</i>	95.3426	4.6574	26.1548	73.8452	21.4712	3.8234
<i>ASIAPAC</i>	99.1501	0.8499	6.9451	93.0549	117.6643	14.3987
<i>EMEURO</i>	96.8249	3.1751	9.8598	90.1402	31.4953	10.1421
<i>MOAFRICA</i>	97.6101	2.3899	9.1627	90.8373	41.8429	10.9138
<i>BRIC</i>	98.5533	1.4467	5.6187	94.3813	69.1212	17.7976

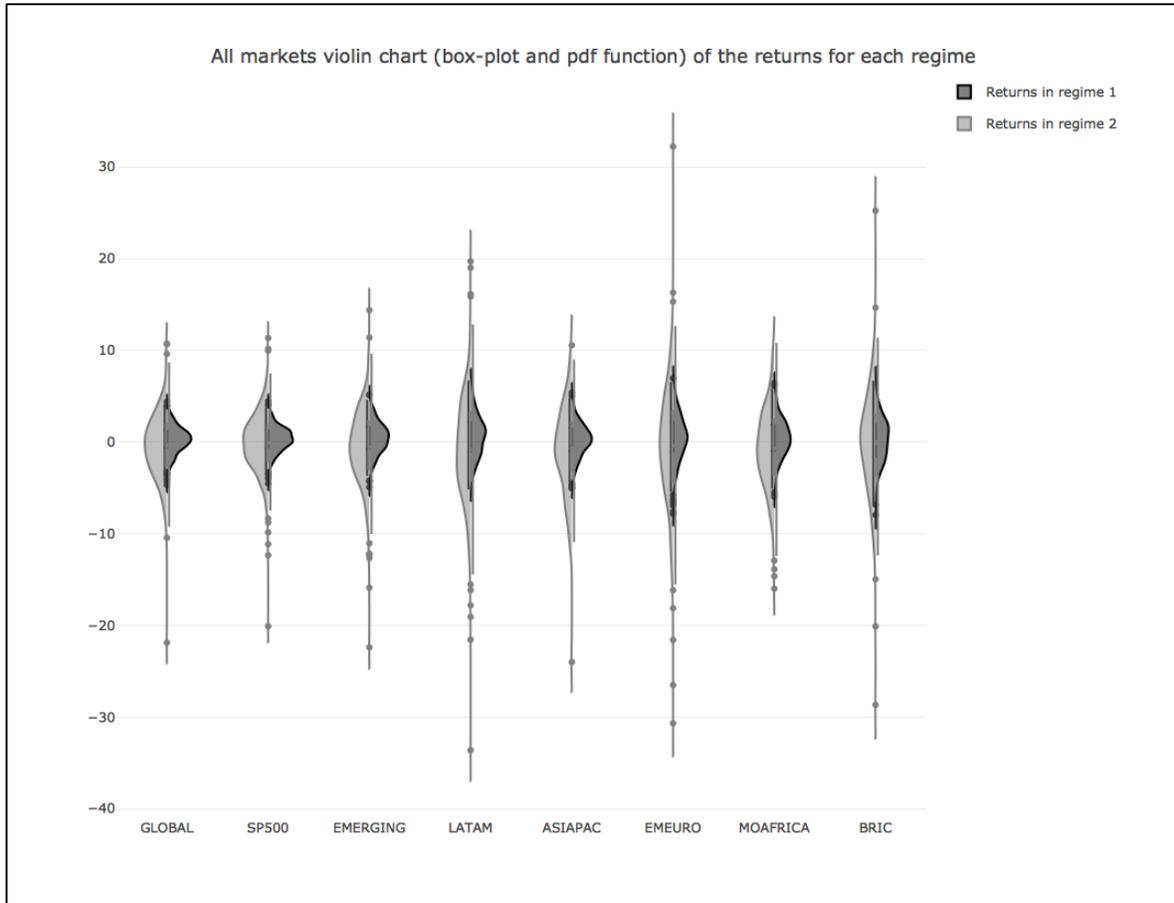
Fuente: Elaboración propia con datos de Reuters.

Una pregunta natural que surge del análisis anterior es saber si realmente el filtro de Hamilton es apropiado para el análisis. Esto es, determinar con mayor claridad si se separa en dos regímenes la serie de tiempo. Para esto se empleó el logaritmo de la función de verosimilitud (*LLF*) expuesto en (11). Esto en los criterios de información de Akaike (1974), Schwarz (1978), Hannan y Quinn (1979).

En la tabla 4 se presentan los valores observados para cada índice en dos escenarios: toda la serie de tiempo y la cuantificación de los mismos con el filtro de Hamilton. Con base en los resultados presentados, se tiene evidencia a favor del empleo del filtro de Hamilton para modelar el proceso estocástico de todas las series de tiempo estudiadas.

## Beneficios de un portafolio sobreponderado en países emergentes *versus* globalmente diversificado

**Figura 1**  
**Gráfica de violín con el resumen estadístico del desempeño de cada índice estudiado, separando el mismo por regímenes**



Fuente: Elaboración propia con datos de Reuters.

La tabla 5 presenta las matrices de probabilidades de transición de cada régimen en cada índice, así como los días promedio en que duran los periodos normales y de crisis en cada caso estudiado.

Los índices de los Estados Unidos, el BRIC y Asia-Pacífico son los que conservan una duración más prolongada de su periodo “normal”. En el régimen de crisis, los índices que duran menos en el mismo son los índices para Latinoamérica, los países emergentes de la región europea, África y Medio Oriente. Esto lleva, de cuenta nueva, a observar que los índices están valuados en dólares americanos y que deben también valuarse en otras monedas para ver su efecto cambiario y contrastar los resultados hasta ahora observados.

Para finalizar esta sección, se presenta la figura 1 con la gráfica de violín de los datos de los rendimientos observados en cada índice, mismos que están separados o filtrados para cada

---

régimen. En la superficie gris claro se representa el kernel o distribución de probabilidad empírica del régimen o periodo de crisis y en la oscura el del periodo normal o de baja volatilidad. Una característica interesante es que las bolsas de Estados Unidos, África y Medio Oriente, así como el índice global, tienen las campanas más compactas en los periodos de crisis. Así, en el índice global, Estados Unidos y Asia-Pacífico presentan este comportamiento en los periodos normales.

Este resultado agrega una perspectiva adicional, en periodos normales se sostiene lo propuesto por la Teoría clásica de portafolios, existen beneficios de la diversificación para reducir riesgo y variabilidad. Sin embargo, en periodos de crisis, el índice global presenta fluctuaciones adversas a la baja mayores a Estados Unidos. Por otro lado, en las bolsas de los países emergentes sí se cumple lo esperado. En estas últimas, el índice presenta campanas mucho más compactas que cuando se cuantifica el desempeño de cada uno de sus bloques geográficos.

Con base en los resultados alcanzados se puede declarar que el beneficio de la diversificación se sostiene tanto en periodos de crisis como en periodos normales para los mercados considerados emergentes; pero se pierde en periodos de crisis cuando se combinan el desempeño de los índices de países emergentes y países desarrollados. Esto es, el beneficio de la diversificación en un portafolio diversificado globalmente y por tipo de país, se pierde en periodos de alta volatilidad, al valorar en dólares el desempeño observado.

## CONCLUSIONES

En el presente trabajo se caracterizó la serie de tiempo de los índices accionarios global, de Estados Unidos, de economías emergentes y por diferentes bloques geográficos de los países miembro de los países emergentes. Los índices estudiados son denominados *broadmarketindex* o índices de mercado amplio, calculados y publicados por la compañía *Standard & Poors Dow Jones LLC*, que cuantifican el desempeño del valor de capitalización de los mercados accionarios de los países miembros de cada caso.

En este sentido, la empresa calcula un índice global (*S&P global 100*), que se compone de índices de capitalización de países considerados tanto desarrollados como de países emergentes, según las métricas establecidas por la propia compañía. Con esto, el citado índice es un portafolio teórico de referencia que incorpora el beneficio de la diversificación en el nivel global, incorporando la interacción (covarianza) y diversificación lograda entre múltiples países, tanto emergentes como desarrollados.

## **Beneficios de un portafolio sobreponderado en países emergentes versus globalmente diversificado**

Se observó que uno de los beneficios de invertir de manera diversificada se relaciona con la Teoría de portafolios (Markowitz, 1959, 1956, 1952). En esta se establece que, a mayor cantidad y diversidad de activos financieros en el portafolio, el riesgo específico y el total se reducen de manera importante. Esto se explica con base en el modelo de valuación de activos de capitales (Sharpe, 1963, 1964) conocido como *CAPM*, por sus siglas en inglés. Dado lo anterior, múltiples trabajos se han hecho para estudiar los beneficios de invertir de manera diversificada en activos de economías emergentes para obtener beneficios de covarianzas negativas y rendimientos esperados más atractivos.

Partiendo de esa perspectiva es que se elaboró esta revisión y se caracterizó en dos regímenes de volatilidad, el desempeño de *global 100*, *S&P 500* de los Estados Unidos, *S&P Emergingmarkets*, *S&P BRIC* y los índices regionales del *S&P Emergingmarkets*, aplicables a los mercados de Latinoamérica, Asia-Pacífico, Europa del Este y Rusia, África y Medio Oriente.

Para caracterizar en dos regímenes, se utilizó el filtro de Hamilton (1989, 1990) con función de verosimilitud gaussiana, empleando el método de cuasi-máxima verosimilitud propuesto por el propio Hamilton (1994). Al aplicar el mismo, se observó que los beneficios de la inversión global diversificada son bajos. Esto último al separar por regímenes o estados de naturaleza (un régimen para periodos “normales”, baja volatilidad o estabilidad y otro para periodos de crisis o alta volatilidad e inestabilidad en los precios).

El resultado observado se debe a que el propio *S&P global 100* tiene menores niveles de rendimiento esperado que el *S&P* de los Estados Unidos y algunos índices de países emergentes latinoamericanos y de Europa del Este. También presenta menores niveles de eficiencia en su relación riesgo y rendimiento, medida con el índice de Sharpe (1964), observándose que la diversificación global no es tan atractiva como se espera, dados los postulados de la teoría de portafolios.

En comparación con el desempeño entre los Estados Unidos y las economías emergentes, el índice global (incluye a otras economías desarrolladas) no presenta mayores beneficios. Por tanto, es mejor un portafolio con dos componentes o grupos: uno para los Estados Unidos y otro para economías emergentes, sin considerar al resto de economías desarrolladas.

Sí se observa un beneficio de invertir con una diversificación geográfica agregada es para las economías emergentes. Los índices geográficos de las economías emergentes de manera individual presentan una mejor eficiencia en su relación riesgo-rendimiento que el índice general. En especial para Europa del Este y Latinoamérica. Sin embargo, el desempeño de su función empírica de probabilidad o kernel en la gráfica de violín, conduce a la conclusión

---

de que los índices individuales tienen una mayor dispersión, tanto en periodos normales como de crisis en comparación con el *S&P emergingmarkets* que los integra.

Si bien es cierto que, al comparar el desempeño de los países emergentes con el índice global, no se tienen diferencias significativas, sí es de resaltar que una diversificación en el nivel global (incluyendo todos los mercados desarrollados y emergentes en el mismo portafolio) no lleva a reducciones significativas de los niveles de dispersión o riesgo. Esto conduce a concluir que los índices de economías emergentes pueden formar parte de un portafolio al diversificarse con acciones de los Estados Unidos, exclusivamente.

Como nueva línea de investigación se tiene al análisis y valoración de los índices en otras divisas, e incluso, empleando índices en moneda locales. Algunos países desarrollados (como los europeos o Japón) tuvieron depreciaciones importantes de sus monedas en relación al dólar de los Estados Unidos, durante algunos periodos de estudio (en especial los de crisis) y esto puede tener una repercusión importante en el desempeño medido y en las conclusiones.

Otras funciones de verosimilitud y el estudio de más regímenes en el proceso estocástico de la serie de tiempo de los índices puede ser también de interés para ampliar los resultados aquí logrados.

## REFERENCIAS

- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6), 716–723. <https://doi.org/10.1016/J.CUB.2017.09.001>
- Ang, A., & Chen, J. (2002). Asymmetric correlation of equity portfolios. *Journal of Financial Economics*, 63(212), 443–494. [https://doi.org/10.1016/S0304-405X\(02\)00068-5](https://doi.org/10.1016/S0304-405X(02)00068-5)
- Balcilar, M., Demirer, R. & Hammoudeh, S. (2013). Investor herds and regime-switching: Evidence from Gulf Arab stock markets. *Journal of International Financial Markets, Institutions & Money*, 23, 295–321. <https://doi.org/10.1016/j.intfin.2012.09.007>
- Balcilar, M., van Eyden, R., Uwilingiye, J., & Gupta, R. (2017). The Impact of Oil Price on South African GDP Growth: A Bayesian Markov Switching-VAR Analysis. *African Development Review*, 29(2), 319–336. <https://doi.org/10.1111/1467-8268.12259>
- Bollerslev, T., Engle, R. F., Wooldridge, J. M., Engle, F. & Wooldridge, M. (1988). A Capital Asset Pricing Model with time-varying Covariances, *Journal of Political*

## Beneficios de un portafolio sobreponderado en países emergentes *versus* globalmente diversificado

---

*Economy*, 96(1), 116–131.

Cabrera, G., Coronado, S., Rojas, O., & Venegas-Martínez, F. (2017). Synchronization and Changes in Volatilities in the Latin American's Stock Exchange Markets.

*International Journal of Pure and Applied Mathematics*, 114(1).

<https://doi.org/10.12732/ijpam.v114i1.10>

Canarella, G., & Pollard, S. K. (2007). A switching ARCH (SWARCH) model of stock market volatility: some evidence from Latin America. *International Review of Economics*, 54(4), 445–462. <https://doi.org/10.1007/s12232-007-0025-2>

Dickey, D. A., & Fuller, W. A. (1979). Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series With a Unit Root. *Journal of the American Statistical Association*, 74(366), 427–431.

Engle, R. F., Ghysels, E., & Sohn, B. (2013). Stock Market Volatility and Macroeconomic Fundamentals. *Review of Economics and Statistics*, 95(July).

[https://doi.org/10.1162/REST\\_a\\_00300](https://doi.org/10.1162/REST_a_00300)

Engle, R. F., Ng, V. K., & Rotschild, M. (1990). Asset pricing with Factor-ARCH covariance structure. Empirical estimates for Treasury bills. *Journal of Econometrics*, (45), 213–237. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(90\)90099-F](https://doi.org/10.1016/0304-4076(90)90099-F)

Haas, M., Mittnik, S., & Paoletta, M. S. (2009). Asymmetric multivariate normal mixture GARCH. *Computational Statistics & Data Analysis*, 53(6), 2129–2154.

<https://doi.org/10.1016/j.csda.2007.12.018>

Hamilton, J. D. (1989). A New Approach to the Economic Analysis of Nonstationary Time Series and the Business Cycle. *Econometrica*, 57(2), 357–384.

Hamilton, J. D. (1990). Analysis of time series subject to changes in regime. *Journal of Econometrics*, 45(1–2), 39–70. [https://doi.org/10.1016/0304-4076\(90\)90093-9](https://doi.org/10.1016/0304-4076(90)90093-9)

Hamilton, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton: Princeton university press.

Hannan, E. J., & Quinn, B. G. (1979). The Determination of the Order of an Autoregression. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)*, 41, 190–195. <https://doi.org/10.2307/2985032>

Markowitz, H. (1959). *Portfolio selection. Efficient diversification of investments*. New

Haven: Yale University Press.

- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91.  
<https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1952.tb01525.x>
- Markowitz, H. (1956). The optimization of quadratic functions subject to linear constraints. *Naval Research Logistic Quarterly*, 3(March-June), 1–113.
- Mejía, P. (2000). Asymmetries and Common Cycles in Latin America: Evidence from Markov-Switching Models. *Economía Mexicana. Nueva Época*, IX(2), 189–225.
- S&P Dow Jones Indices LLC. (2016). *Country clasificación methodology*. S&P Dow Jones Indices LLC. Retrieved April 26, 2018, from  
[https://us.spindices.com/documents/index-policies/methodology-country-classification.pdf?force\\_download=true](https://us.spindices.com/documents/index-policies/methodology-country-classification.pdf?force_download=true)
- S&P Dow Jones Indices LLC. (2018). *S & P Global BMI , S & P / IFCI Methodology*.
- Schwarz, G. (1978). Estimating the dimension of a model. *The Annals of Statistics*, 6(2), 461–464.
- Sharpe, W. (1963). A simplified model for portfolio analysis. *Management Science*, 9(2), 277–293.
- Sharpe, W. (1964). Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk. *The Journal of Finance*, XIX(3), 425–442.
- Valera, H. G. A., & Lee, J. (2016). Do rice prices follow a random walk? Evidence from Markov switching unit root tests for Asian markets. *Agricultural Economics*, 47(6), 683–695. <https://doi.org/10.1111/agec.12265>
- Wu, J.-T. (2015). Markov regimes switching with monetary fundamental-based exchange rate model. *Asia Pacific Management Review*, 20(2), 79–89.  
<https://doi.org/10.1016/j.apmr.2014.12.009>

